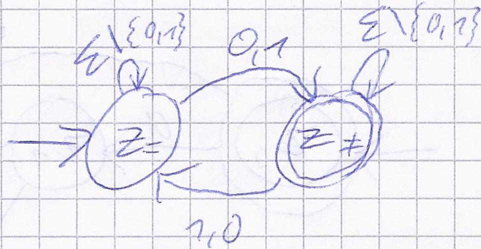
ThеGI 2 ÜB Probeklausur 05.07.11

①

$M = (Z, \Sigma, \delta, z_=, E)$

$Z = \{z_=, z_\neq\}$

$E = \{z_\neq\}$



Bedeutung der Zustände:

- Zustand $z_=$ steht für $\#_0(w) \bmod 2 = \#_1(w) \bmod 2$
- Zustand $z_\neq$ steht für $\#_0(w) \bmod 2 \neq \#_1(w) \bmod 2$
- jede gelesene 1 oder 0 verändert Zähler um genau 1 und zwar genau einen Zähler

↳ nach einer ungeraden Zahl gelesener Buchstaben sind die beiden Zähler mod 2 ungleich

↳ es kann akzeptiert werden

②

z_1	1					
z_2	3	1				
z_3	3	1				
z_4	1	2	1	1		
z_5	3	1			1	
	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5

1) Paarung Endzustand → Nicht Endzustand

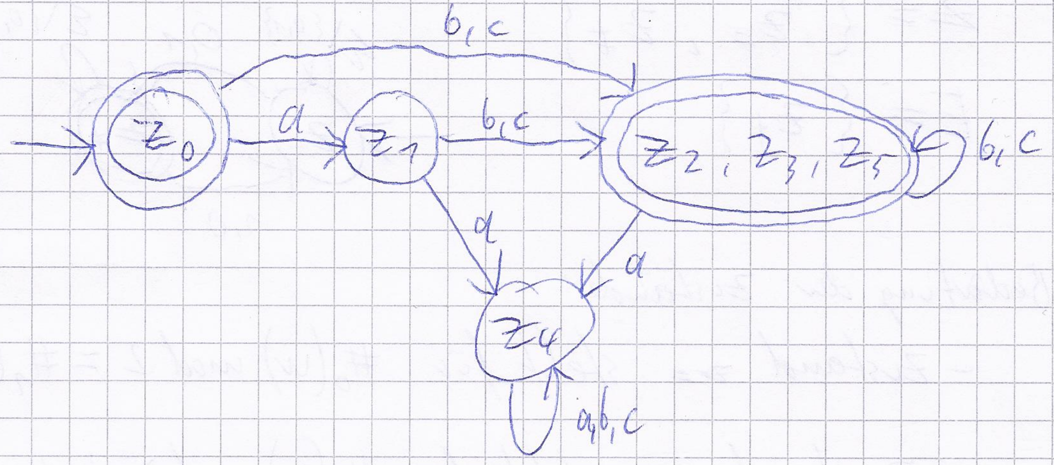
2 Das Paar $\{z_1, z_4\}$ ist nicht äquivalent, da mit 6 auf das bereits markierte Paar $\{z_2, z_4\}$ übergegangen

~~3)~~ wird. ~~Paare $\{z_0, z_2$~~

3) Paare $\{z_0 z_2\}$, $\{z_0\ z_3\}$ und $\{z_0\ z_5\}$

bilden mit a auf das bereits markierte Paar

$\{z_1, z_4\}$ ab. Mehr kann nicht markiert werden



③

$L = \{\varepsilon, a, aab\}$ (Regulär, weil endlich)

$[\varepsilon] = \{\varepsilon\}$

$[a] = \{a\}$ ↳ endlicher Index

$[aab] = \{aab\}$ $\overset{\text{Myhill Nerode}}{\Longrightarrow}$ L ist regulär

$[b] = \Sigma \setminus \{aa\}$

$[aa] = \{aa\}$

Beweis:

Wir zeigen, ~~dass~~ $\forall v \in \{a, b\}^*$, dass v in einer der obigen Äquivalenzklassen liegt.

Klar für $v \in L$ (Eigene Äquiv.-Klasse)

1. Fall: $|v| \leq 2 \wedge v \notin L$

$ba, b, ab, bb \in [b]$

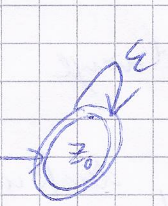
$aa \in [aa]$

2. Fall: $|v| \geq 3 \wedge v \notin L$

Es gilt $\forall w \in \{a, b\}^* : v \cdot w \notin L$

↳ $v \in [b]$

(4) $L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ sei ein NFA} \wedge T(M) = \Sigma^* \}$



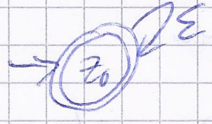
L ist entscheidbar

↳ Berechne über Potenzautomatenkonstruktion einen Äquivalenten DFA M'

Es gilt $T(M) = \Sigma^* \Leftrightarrow T(M') = \Sigma^*$

- Konstruiere den zu M' äquivalenten Minimalautomaten und checke, ob dieser Äquivalent zu folgendem einfachen DFA M'' mit $T(M'') = \Sigma^*$ ist

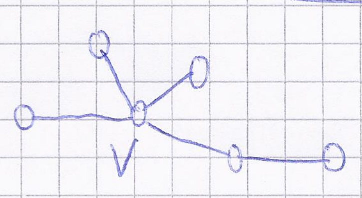
M'':



(5) a) Set Cover und Dominating sind P-äquivalent

Dom Set $\leq^P$ Set Cover

Sei $G = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$ eine Dom Set-Instanz



Setze $U = V$, k ist gleich.

Für jeden Knoten $v \in V$, führe die Teilmenge

$N[v]$ (geschlossene Nachbarschaft von v, der Knoten + alle Nachbarn)

füge die Teilmenge der Set Cover-Instanz hinzu.

Konstruktion abgeschlossen.

Laufzeit quadratisch

<u>Korrektheit</u>: Sei V' mit $|V'| \leq k$ ein Dominating Set

Für jeden Knoten $v \in V'$ wähle die Teilmenge

$N[v]$ als Set Cover Lsg.

Umgekehrt seien die Knoten $v_1 \dots v_\ell$ mit $\ell \leq k$ die Knoten, welche zu den gewählten Teilmengen einer Set Cover Lsg. gehören.

Dann gilt $\bigcup_{1 \leq i \leq \ell} N[v_i] = U = V$

$\hookrightarrow$ $v_1 \dots v_\ell$ ist Dominating Set.

Set Cover $\leq^P$ Dom Set

Sei $U, S_1, \ldots, S_n \subseteq U$ und $k \in \mathbb{N}$ eine Set Cover-Instanz

Konstruktion eines Graphen $G = (V, E)$

- Füge für jedes Element in U einen Knoten in G ein
- Füge einen Knoten s_i für jede Teilmenge S_i ein mit $1 \leq i \leq n$
- Verbinde durch Kanten den Knoten s_i mit allen Knoten in S_i $(1 \leq i \leq n)$
- Verbinde $\forall\, 1 \leq i < j \leq n$ die Knoten s_i und s_j

Konstruktion fertig.

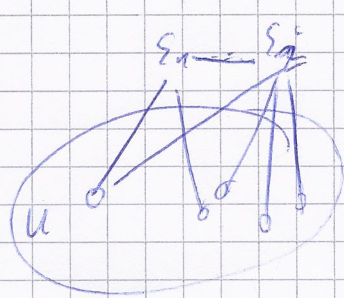
Laufzeit: Quadratisch in der Größe der Set Cover Instanz

Korrektheit:

„$\Leftarrow$" Sei $V' \subseteq V$ ein Dominating Set in G

o.B.d.A. $V' \subseteq V \setminus U$

Wähle für jedes $s_i \in V'$ die Menge S_i in die Set Cover Lösung.



„$\Rightarrow$" Wähle für jede Teilmenge S_i in einer Set Cover Lösung den Knoten s_i in die Dom Set Lsg.

∎

⑥

1. ~~[illegible]~~ $2FP \in P$

$2FP$ nicht triviale Sprache $\qquad 2FP = B$

$\Rightarrow \quad \exists w_1 \in 2FP \ \wedge \ \exists w_2 \notin 2FP$

2. Sei $A \in P$ beliebig.

$A \leq^p B$

$$f(x) = \begin{cases} w_1 & \text{falls } x \in A \\ w_2 & \text{falls } x \notin A \end{cases}$$

3.

1. Ja. ~~etwas~~
2. Ja.
3. $P \neq NP \Rightarrow$ Nicht jede P-vollständige Sprache ist NP-vollst.

insbes. gilt das für keine

↳ Annahme: A P-vollst. + NP-vollst

$\Rightarrow \forall B \in NP: \quad B \leq^p A \quad \Rightarrow B \in P$ ↯

4. Jede NP-vollständige Sprache muss mit $P \neq NP$ in $NP \setminus P$ enthalten sein