TheGI Übung #4-Ersatz 31.05.11

T7 A1

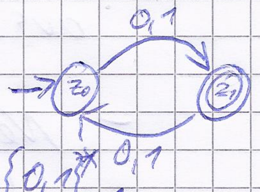
$L = \{ x\bar{x} \mid x \in \{0,1\}^* \}$, $\bar{x}$ bezeichne das bitweise Komplement von x

L ist nicht kontextfrei

Zeige: $L' = \{0,1\}^* \setminus L$ kontextfrei

durch Strukturüberlegungen:

$$L' = \{ w \mid |w| \text{ ungerade} \}$$



$$\cup \{ w_1 1 w_2 w_3 1 w_4 \mid w_{1..4} \in \{0,1\}^* \wedge |w_1| = |w_3| \wedge |w_2| = |w_4| \}$$

$$\cup \{ w_1 0 w_2 w_3 0 w_4 \mid w_{1..4} \in \{0,1\}^* \wedge |w_1| = |w_3| \wedge |w_2| = |w_4| \}$$

Erster Teil von L' ist regulär.

Das heißt im Folgenden Kellerautomat für die beiden letzten Teile:

Informelle Beschreibung:

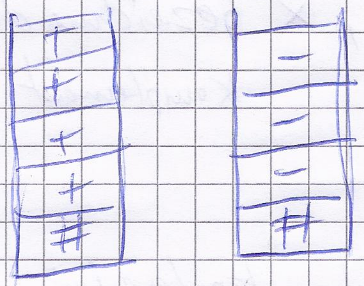
Wir benutzen einen Zähler $\hat{=}$ Anzahl der Symbole im Keller

1. Solange du willst, lies ein Zeichen und erhöhe den Zähler
2. Lies ein Zeichen und merke (vermöge Zustand) ob es 0 oder 1 war.
3. So lange du willst: lies ein Zeichen und verringere den Zähler
4. Lies ein Zeichen: Wenn es nicht gleich ist zu dem in Schritt 2 gelesenen, verwerfe Eingabe

Erkenntnis: Vermöge = Mittels :-)

5. Bis zum Wortende: lies ein Zeichen und erhöhe den Zähler

6. Ist der Zähler Null, so akzeptiere, sonst verwerfe



– es ist klar, dass der Automat alle Wörter aus ~~L' akzeptiert~~ den letzten beiden Teilen von L' akz.

– Nehmen wir an, x sei ein Wort mit einem akzeptierenden Berechnungspfad

Dann gilt:

$$x = w_1 1 w_2 w_3 1 w_4 \text{ oder}$$
$$w_1 0 w_2 w_3 0 w_4 \text{ mit}$$
$$|w_1| + |w_4| = |w_2| + |w_3|$$

Da $|w_1| + |w_2| + |w_3| + |w_4| = |x| - 2$

gilt:

$$|w_1| + |w_4| = \frac{|x| - 2}{2} = \frac{|x|}{2} - 1$$
$$\text{und } |w_2| + |w_3| = \frac{|x| - 2}{2} = \frac{|x|}{2} - 1$$

Wir wissen (Test in Schritt 4) dass $x(|w_1| + 1) = x(|w_1| + |w_2| + |w_3| + 2)$

wobei $x(i)$ das i-te Zeichen von x

Einsetzen liefert: $x(|w_1| + 1) = x(|w_1| + \frac{|x|}{2} + 1)$

und deshalb gilt $x \in L'$ $\square$

ist L' regulär? Nein, weil $L'' = \overline{L'}$ nicht regulär.

HA3 A2 wurde vorgerechnet aber nicht mitgeschrieben