TheGI2 26.4.11

finite automaton

~~D~~ N FA $M = (Z, \Sigma, \delta, \cancel{z_0} S, E)$

- Z: Zustandsmenge ✓
- Σ: Eingabezeichenalphabet ✓
- δ: Überführungs~~fkt.~~ Relation / Zustandsübergang
- S: Startzustandsmenge
- E: Endzustandsmenge ✓

$\cancel{\delta : Z \times \Sigma \to Z}$ $\delta : Z \times \Sigma \times Z$

Bsp.: $(z, a) \to z$

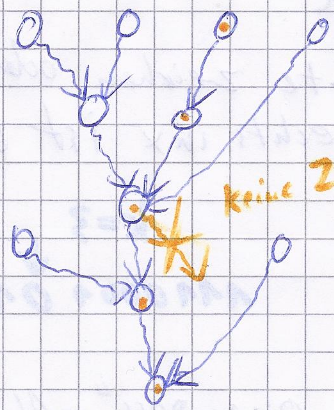
$(z, a, z') \in \delta$
$(z, a, z'') \in \delta$
$\vdots$

Nichtdeterministischer endlicher Automaten

NB: Existenzieller Nichtdeterminismus $\exists$
$\Leftrightarrow$ Universeller Nichtdeterminismus $\forall$

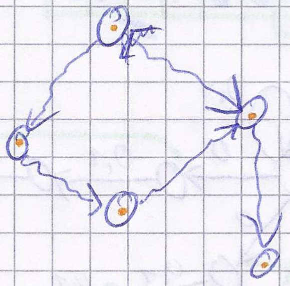
Determinismus: „eindeutig bzw. vorhersehbar"

„Berechnungs-Baum"



keine 2 Möglichen wege
immer eindeutig

Nichtdeterminismus:



Def.

a) siehe rote Markierungen oben

b) zu einem NFA $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$ definiere
$\hat{\delta} \subseteq Z \times \Sigma^* \times Z$ vermöge

$(z, \varepsilon, z') \in \hat{\delta} \Leftrightarrow z = z' \quad \forall z, z' \in Z$

(ε: leeres Wort!)

und $(z, ax, z') \in \hat{\delta} \Leftrightarrow \exists z'' \in Z : (z, a, z'') \in \delta$ und $(z'', x, z') \in \hat{\delta}$ für $z, z' \in Z$, $a \in \Sigma$, $x \in \Sigma^*$

δ auf Buchstaben

$\hat{\delta}$ auf Wörtern

Für $(z, x, z') \in \hat{\delta}$ schreiben wir

$$z \vdash_M^x z' \quad \text{für } z, z' \in Z \text{ und } x \in \Sigma^*$$

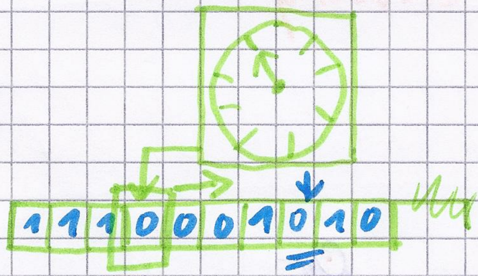
c) Die von einem NFA M akzeptierte Sprache ist $T(M) := \{ x \in \Sigma^* \mid \exists z_0 \in S\ \exists z_f \in E : (z_0, x, z_f) \in \hat{\delta} \}$

Bsp.: Für $n > k > 0$ betrachte

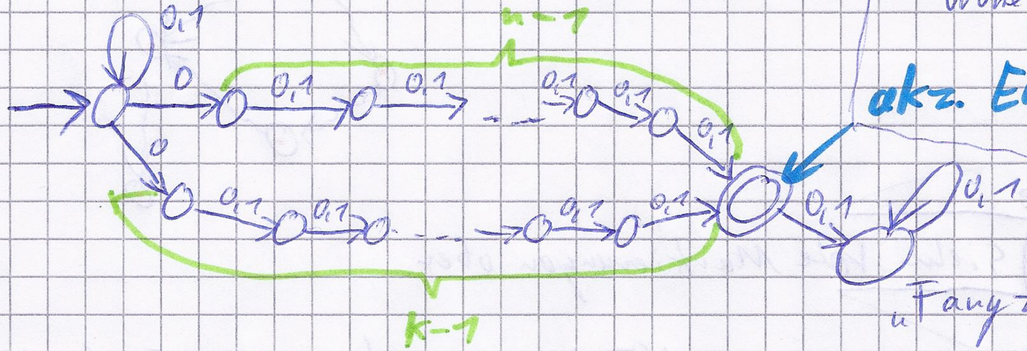
$L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid$ daß k-te Zeichen oder das n-te Zeichen von rechts in x ist $0 \}$

$k=3$

$1110001\,0\,10 \in L$



„One-pass"-Algorithmus



Wenn am ende des Wortes in diesem Z. => akzept.

akz. Endzustand

ansonsten: Ablehnen

„Fangzustand"

Satz (Rabin/Scott) $\rightsquigarrow$ Potenzautomaten Konstruktion

Jede NFA-akzeptierbare Sprache ist auch durch einen DFA akzeptierbar.

Beweis (Skizze):

Sei $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$ ein NFA

Menge, aber einzelner Zustand

Ziel: Konstruiere einen DFA $M' = (Z', \Sigma, \delta', S', E')$ mit $T(M) = T(M')$

Dazu setze $Z' := P(Z)$ bzw. 2^Z (Potenzmenge von Z)

$$\underset{Q \in Z'}{\delta'(Q, a)} := \underbrace{\{ z_2 \in Z \mid \exists z_1 \in Q : (z_1, a, z_2) \in \delta \}}_{\subseteq Z}$$

d.h. $Q \subseteq Z$

$S' := S \in Z'$

$E' := \{ Q \subseteq Z \mid Q \cap E \neq \emptyset \}$

Korrektheitsbeweis: induktiv über die Eingabewortlänge:

per Definition gilt: $\forall x \in \Sigma^* \, \forall Q \subseteq Z : \hat{\delta}(Q, x) = \hat{\delta}'(Q, x)$ ✓

Kurzschreibweise für $\{ z \mid (z', x, z) \in \hat{\delta} \text{ für } z' \in Q \}$

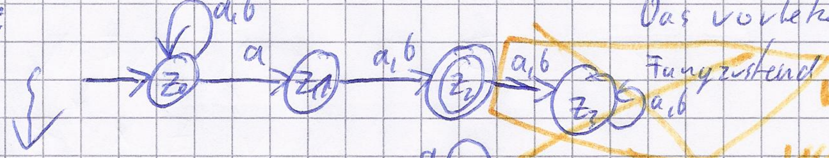
Dann:

$x \in T(M)$

$\Leftrightarrow \emptyset \neq E \cap \hat{\delta}(S, x) = \hat{\delta}'(\overset{S'}{S}, x) \in E'$

$\Leftrightarrow x \in T(M')$ was zu zeigen war. ∎

Bsp.: NFA:



Das vorletzte Symb. ist a

Vereinbarung weglassen.

DFA: