

Bsp.: Berechnung für Eingabe $aab \$ baa$:

2 Schritte

$$\begin{aligned} (z_0, aab \$ baa, \#) &\xrightarrow{1} (z_0, ab \$ baa, A \#) \\ &\xrightarrow{2} (z_0, \# \$ baa, BAA \#) \xrightarrow{3} (z_1, baa, BAA \#) \\ &\xrightarrow{3} (z_1, \epsilon, \#) \xrightarrow{3} (z_1, \epsilon, \epsilon) \quad \text{akzeptieren!} \end{aligned}$$

Bemerkung: Obiger PDA ist deterministisch.

Nichtdeterminismus nötig für $L' = \{a_1 \dots a_n a_n \dots a_1 \mid a_i \in \{a, b\}\}$

NPDA = zusätzliche Übergänge

$$\begin{aligned} \langle z_0, a, A \rangle &\vdash \langle z_1, \epsilon \rangle \\ \langle z_0, a, A \rangle &\vdash \langle z_0, AA \rangle \\ \langle z_0, b, B \rangle &\vdash \langle z_1, \epsilon \rangle \\ \langle z_0, b, B \rangle &\vdash \langle z_0, BB \rangle \\ \langle z_0, \epsilon, \# \rangle &\vdash \langle z_1, \epsilon \rangle \end{aligned}$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} (z_0, aabbaa, \#) &\vdash (z_1, aabbaa, \epsilon) \quad \text{"aus!"} \\ &\vdash (z_0, abbaa, A\#) \vdash (z_1, bbaa, \#) \vdash (z_1, \dots) \quad \text{n. d.} \\ &\vdash (z_0, bbaa, AA\#) \quad \text{falsch geraten} \\ &\vdash (z_0, baa, BAA\#) \xrightarrow{\text{richtig geraten}} (z_1, aa, AA\#) \xrightarrow{3} (z_1, \epsilon, \epsilon) \quad \text{akzeptiert!} \\ &\vdash (z_0, aa, BBAA\#) \vdash \dots \\ &\vdash \dots \quad \text{falsch geraten} \end{aligned}$$

Satz!

Eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ ist genau dann kontextfrei,
wenn A von einem nicht deterministischen
Kellerautomaten erkannt wird.

Beweis:

Kontextfreie Grammatik:
 $G = (V, \Sigma, P, S)$ (KFG)

" \Rightarrow " "einfache Richtung (von KFG zu PDA)".

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine KFG mit $L(G) = L$

Wir setzen

$M := (Z = \{z\}, \Sigma, \Gamma = V \cup \Sigma, \delta, z, S)$

↑ Kellenboden

mit $(z, a, z, \epsilon) \in \delta$

und $(z, \epsilon, A, z, a) \in \delta \quad \forall A \rightarrow a \in P$

$\begin{array}{|c|} \hline A \\ \hline z \\ \hline \vdots \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline B \\ \hline C \\ \hline z \\ \hline \vdots \\ \hline \end{array} \quad A \rightarrow BC$