Satz von Rice

Sei R die Menge aller (partiellen) berechenbaren Funktionen

$R = \{ f: D \to \Sigma^* \mid f \text{ berechenbar} \}$ und $\Phi \subseteq R$, $\Phi \neq \emptyset$, $\Phi \neq R$

$L_\Phi = \{ \langle M \rangle \mid \text{Die von } M \text{ berechnete Funktion ist in } \Phi \}$

ist nicht entscheidbar!

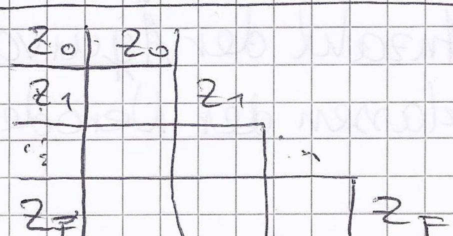
Satz von Myhill-Nerode

$L \subseteq \Sigma^*$ ist genau dann regulär, wenn der Index von R_L endlich ist.

Def.: zu jedem $L \subseteq \Sigma^*$ definieren wir die Rechtskongruenz R_L (Relation über L definiert) vermöge (für $x, y \in \Sigma^*$)

$x \, R_L \, y \Leftrightarrow \forall z \in \Sigma^*: xz \in L \Leftrightarrow yz \in L$

Minimalautomat



z_F: Fangzustand kein Endzustand

1. Markiere alle Paare $\{z, z'\}$ mit $z \in E$ und $z' \notin E$ (+)
2. Wiederhole bis sich nichts mehr ändert:
   2.1 Teste für alle $a \in \Sigma$: ist $\{\delta(z,a), \delta(z',a)\}$ markiert, falls ja (•)
3. Verschmelze alle unmarkierten Paare

Untermengenkonstruktion /
Potenzmengenkonstruktion

δ:

Z	a	b
S: $\{q_0\}$	$\{\ \}$	$\{\ \}$
E: $\{q_0, q_1\}$	$\{\ \}$	$\{\ \}$
⋮		
$\{q_0, \ldots, q_n\}$		

alle Zustände, die erreicht werden können

S: Zustand, der alle Startzustände enthält

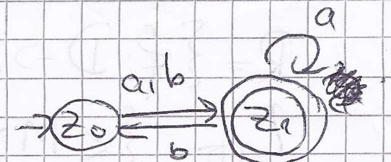
E: Zustände, die min. einen der Endzustände enthalten

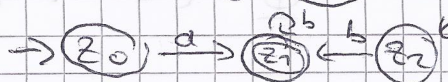
- Satz von Rice
- Satz von Myhill-Nerode

Automaten

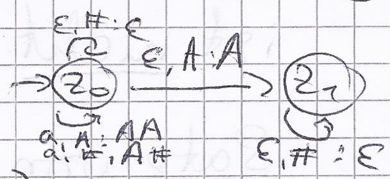
- DFA $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$
- NFA $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$

äquiv.



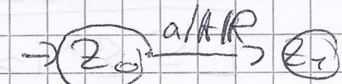


- DPDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#, E)$
- PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$



- DTM $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$
- TM $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$

äquiv.



DFA & NFA akzeptieren Typ $\hat{L}_3$ „regulär"

PDA akzeptieren Typ $\hat{L}_2$ „kontextfrei"

linear beschränkte ~~DTM&~~TM akzeptieren Typ $\hat{L}_1$ „kontexsensitiv"

DTM & TM akzeptieren Typ $\hat{L}_0$

Minimalautomat

- die Anzahl der Zustände = Anzahl der Äquivalenzklassen der Nerode Relation
- bei DFA eindeutig
- bei NFA nicht eindeutig

Untermengenkonstruktion

- wandelt NFA in DFA

Abschlusseigenschaften

A, B regulär, dann ist:

$A \cap B$, $A \cup B$, $A \cdot B$, A^*, $\Sigma^* \setminus A$, $A \setminus B$ regulär

A, B kontextfrei

$A \cup B$, $A \cdot B$, A^* kontextfrei

P & NP

$P := \bigcup_{k \geq 1} DTIME(n^k)$ Polynomielle Laufzeit!

„Die Menge aller Sprachen, die sich durch eine DTM in polynomieller Zeit entscheiden lassen."

$NP := \bigcup_{c \geq 1} NTIME(n^c)$

„Die Menge aller Sprachen, die sich durch eine nichtdeterministische TM in polynomieller Zeit entscheiden lassen"

NP-hart

Ein Problem A heißt NP-schwer, falls $\forall L \in NP$ gilt, dass $L \leq^p A$.

NP-vollständig

A heißt weiter NP-vollständig, wenn A NP-schwer ist und $A \in NP$

Lemma

Ist $L_2 \in NP$ und L_1 NP-vollständig und $L_1 \leq^p L_2$, so ist L_2 NP-vollständig